

۱) بر روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه به طول‌های ۱- و ۳ روی محور  $x$  ها برابر ۶ باشد؟

۲) معادله زیر را حل کنید.

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$$

۳) اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(1, 2)$  از خط  $ax + 4y = 1$  برابر ۲ باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

۴)  $A(0, 6)$  و  $B(8, -8)$  نقاط دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.

۵) معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$\left| \frac{x+2}{x-2} \right| = 5$$

۶) اگر  $f = \left\{ (-4, 13), (-1, 7), (0, 5), \left(\frac{5}{2}, 0\right), (3, -5) \right\}$  و  $g = \{ (-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6) \}$

توابع  $f+g$ ,  $f-g$  و  $\frac{f}{g}$  را به دست آورید.

۷) وارون تابع  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$  را بیابید و نمودار  $f$  و وارون آن را رسم کنید.

۸) نامعادله‌ی قدر مطلق  $|2x-1| < 1$  را حل کنید.

۹) یک موشک با سرعت اولیه‌ی ۱۴۴ متر بر ثانیه از زمین به فضا پرتاب می‌شود. ارتفاع این موشک  $(h)$  در زمان  $t$  از رابطه‌ی

$$h(t) = -16t^2 + 144t$$

۱۰) معادله‌ی مقابل را به روش هندسی حل کنید.

$$1 - x^2 = |x|$$

۱۱) اگر  $4 - 12x$ ,  $5x$ ,  $2x + 1$  جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت این دنباله‌ی هندسی را بیابید.

۱۲) مجموع جمله‌های پنجم و نهم یک دنباله‌ی حسابی برابر ۲۶ می‌باشد، مجموع سیزده جمله‌ی اول این دنباله را بیابید.

## پاسخنامه تشریحی

۱ اگر نقطه‌های مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$|x - (-1)| + |x - 3| = 6 \Rightarrow |x + 1| + |x - 3| = 6$$

$$x < -1 \Rightarrow -x - 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = -2} \text{ قابل قبول}$$

$$-1 \leq x < 3 \Rightarrow x + 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow 4 = 6 \text{ غلط}$$

$$x \geq 3 \Rightarrow x + 1 + x - 3 = 6 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow \boxed{x = 4} \text{ قابل قبول}$$

$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x + 4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x = 3x + 4 \Rightarrow x = 4$$

حال  $x = 4$  را در معادله اولیه امتحان می‌کنیم.

$$x = 4 \Rightarrow 2\sqrt{4} = \sqrt{12 + 4} \Rightarrow 2 \times 2 = \sqrt{16} \Rightarrow 4 = 4 \Rightarrow x = 4 \text{ قابل قبول}$$

$$ax + 4y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{|a + 8 - 1|}{\sqrt{a^2 + 16}} = 2 \Rightarrow |a + 7| = 2\sqrt{a^2 + 16}$$

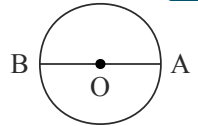
$$\Rightarrow a^2 + 14a + 49 = 4a^2 + 64 \Rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

$$\Delta = 196 - 4 \times 3 \times 15 = 16 \Rightarrow a = \frac{14 \pm 4}{6} \Rightarrow a = 3, \frac{5}{3}$$

$$O = \frac{A+B}{2} \Rightarrow O = \left( \frac{8+0}{2}, \frac{-8+6}{2} \right) = (4, -1)$$

$$R = OA = \sqrt{(4-0)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

۴ وسط  $AB$  مرکز دایره است.



$$\left| \frac{x+2}{x-2} \right| = 5 \Rightarrow \frac{x+2}{x-2} = \pm 5$$

$$\frac{x+2}{x-2} = 5 \Rightarrow x+2 = 5x-10 \Rightarrow 12 = 4x \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\frac{x+2}{x-2} = -5 \Rightarrow x+2 = -5x+10 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow \boxed{x = \frac{4}{3}}$$

$$f = \left\{ (-4, 13), (-1, 7), (0, 5), \left( \frac{5}{3}, 0 \right), (3, -5) \right\}, D_f = \left\{ -4, -1, 0, \frac{5}{3}, 3 \right\}$$

$$g = \{ (-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6) \}, D_g = \{ -4, -2, 0, 3, 5, 9 \}$$

$$D_f \cap D_g = \{ -4, 0, 3 \}$$

$$f + g = \{ (-4, 13 + (-7)), (0, 5 + (-3)), (3, -5 + 0) \} = \{ (-4, 6), (0, 2), (3, -5) \}$$

$$f - g = \{ (-4, 13 - (-7)), (0, 5 - (-3)), (3, -5 - 0) \} = \{ (-4, 20), (0, 8), (3, -5) \}$$

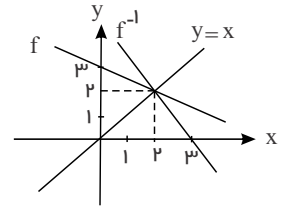
$$\frac{f}{g} = \left\{ \left( -4, \frac{13}{-7} \right), \left( 0, \frac{5}{-3} \right), \left( 3, \frac{-5}{0} \right) \right\} = \left\{ \left( -4, -\frac{13}{7} \right), \left( 0, -\frac{5}{3} \right) \right\}$$

تعریف نشده

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow -\frac{1}{2}x = 3 - y$$

$$x = 2y - 6 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = 2x - 6$$



۸

$$|2x - 1| < 1 \rightarrow -1 < 2x - 1 < 1 \Rightarrow 0 < 2x < 2 \rightarrow 0 < x < 1$$

۹

$$h(t) = -16t^2 + 144t \rightarrow t = -\frac{b}{2a} = -\frac{144}{2(-16)} = 4.5$$

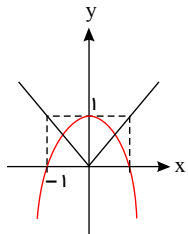
$$h_{\max} = -16(4.5)^2 + 144 \times 4.5 = -324 + 648 = 324$$

زمانی که موشک به زمین برخورد می‌کند  $h = 0$  است. پس داریم:

$$h(t) = 0 \rightarrow -16t^2 + 144t = 0 \Rightarrow -16t(t - 9) = 0$$

زمان برخورد به زمین  $t = 9 \rightarrow$  و لحظه ی پرتاب  $t = 0$

۱۰  $f(x) = 1 - x^2$  ,  $g(x) = |x|$



معادله ۲ ریشه ی قرینه ی هم دارد  $\rightarrow$

۱۱

$$(5x)^2 = (2x + 1)(12x - 4) \rightarrow 25x^2 = 24x^2 - 8x + 12x - 4$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow \text{جملات: } 5, 10, 20$$

$$q = \frac{10}{5} = 2$$

یادآوری: در دنباله هندسی  $a$  و  $b$  و  $c$  داریم:  $b^2 = ac$

۱۲

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d] \text{ می‌دانیم:}$$

$$a_5 + a_9 = 26 \rightarrow a_1 + 4d + a_1 + 8d = 26 \rightarrow 2a_1 + 12d = 26$$

$$\rightarrow a_1 + 6d = 13, \quad S_{13} = \frac{13}{2}(2a_1 + 12d) = 13 \times (a_1 + 6d) = 13 \times 13 = 169$$